

第四次小测题目

2020年5月18日

第1题:

推导等温大气模型的大气压 P 随海拔高度 z 上升关系 $\frac{dp}{dz} = -\rho g$, 其中 ρ 为海平面大气密度, 重力加速器 $g = 9.8N/kg$ 。并讨论这一关系的近似性。(5分)

第2题:

已知海平面水的沸点 $T_B = 100^\circ C$, 1atm下 $25^\circ C$ 时大气密度 $\rho \sim 1.2kg/m^3$, 汽化热 $L \sim 4 \times 10^4 J/mol$, 气相比容 $V_G \sim 3 \times 10^{-2} m^3/mol$, 液相比容 $V_L \sim 2 \times 10^{-5} m^3/mol$ 。问: 在等温大气模型下, 上升到海拔 $z=5km$ 时, 如要保持水的沸点在 $100^\circ C$, 压力容器内的饱和气压 $P_S=?$ (10分)

第3题:

已知实际气体Van der Waals物态方程 $(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$ 。求:

- 1) 在 p - V 平面上画出数条显示趋势的V.D.W等温曲线;
- 2) 如认为气液相变临界点 C , 是温度升高时等温线极大值、极小值点的重合, P - V 在 C 点应该有什么关系, 并由此推导出临界点参数 (T_C, V_C, P_C) ;
- 3) 证明V.D.W气体的定容比热 c_V 仅是温度 T 的函数。(15分)

第4题 (10分):

一绝热容器与大气(压强 $p_0=1 \text{ atm}$)通过一轻质无摩擦绝热活塞相连接, 容器内封有体积为 V_0 的水蒸气, 其温度 $T_1 = 0.98T_0$, 其中 T_0 为压强 P_0 下水的沸点 $373.15K$ 。初态中虽然容器内气体温度低于沸点, 但由于不受扰动缺乏凝结核(初态容器内没有液体)的原因水蒸气并不液化, 这样的气体称为过冷蒸汽。这种平衡状态是不稳定的, 如果对其进行扰动导致气体内出现了微小液滴的话过冷蒸汽会迅速液化, 并达到稳定平衡态。已知 T_0 温度下水的汽化热为 $L=2256.6852 \text{ kJ/kg}$, 水蒸气和水的定压比热近似为定值 $2.1kJ/(kg \cdot K)$, $4.2kJ/(kg \cdot K)$ 。

1) 估算在 $T_1 = 0.98T_0$, 保持压强 P_0 时水的汽化热(提示: 本题和克拉伯龙方程无关, 考虑构建虚循环过程来进行分析)

2) 如果给过冷蒸汽一个扰动, 则其液化达到平衡态时, 气体的体积是多少(认为液体的比容很小, 液体体积可略)

第5题 (10分):

对于理想溶液, 其中第 i 种组分(液体)的化学势可以表示为:

$$\mu_i = g_i(T, p) + RT \ln x_i \quad (1)$$

其中, $g_i(T, p)$ 是纯 i 组分的化学势, x_i 是溶液中第 i 种组分的摩尔分数。假设溶质不挥发。

1) (2分)试求两种纯液体(分别为 $n_1 \text{ mol}$ 和 $n_2 \text{ mol}$)混合前后的吉布斯函数的变化。(吉布斯函数的定义可以参考讲义: $G = n\mu$)

2) (2分)对于单一溶质的这种溶液, 试证明, 当溶液与溶液的蒸汽达到平衡时, 相平衡条件为: $g'_0 = g_0 + RT \ln(1-x)$. 这里, g'_0 是溶液蒸汽(假设溶质不会蒸发, 所以溶液蒸汽就是溶剂蒸汽)的化学势, g_0 是纯溶剂的化学势, x 是溶质的摩尔分数。

3) 试证明, 对于单一溶质的溶液, 如果其摩尔分数为 x 在一定温度下, 溶剂的饱和蒸汽压随溶液浓度的变化率: $(\frac{\partial p}{\partial x})_T = -\frac{p}{1-x}$ (3分)以及溶剂沸点随溶液浓度的变化率: $(\frac{\partial T}{\partial x})_p = \frac{RT^2}{L(1-x)}$ (3分)。这里, L 是该液体溶剂的汽化潜热, 而且后面一个式子考虑了稀溶液近似 ($x \ll 1$)。